

Lý thuyết đồ thị

Giảng viên: ThS. Mai Chiém Tuấn

1

Mục tiêu



❖ Kiến thức:

- SV có kiến thức cơ bản về lý thuyết đồ thị và hiểu được các giải thuật thông dụng trên đồ thị như giải thuật tô màu, tìm kiếm cây khung ngắn nhất, tìm chu trình, tìm đường đi ngắn nhất, xếp lịch thi;

❖ Kỹ năng:

- Sinh viên giải được các bài toán về đồ thị, cây nhị phân, tìm kiếm cây khung ngắn nhất, tìm chu trình, tìm đường đi ngắn nhất, xếp lịch thi và một số ứng dụng khác.

2

Thông tin môn học



❖ Tên học phần: LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

❖ Mã học phần: CNTT102

❖ Số tín chỉ : 2(2/0/4)

❖ Trình độ : Cao đẳng

❖ Phân bố thời gian:

- Lên lớp : 30 tiết
- Lý thuyết : 30 tiết
- Thực hành : 0 tiết
- Tự học : 60 tiết

3

Nội dung chi tiết học phần



TT	Nội dung	Số tiết	Phân bố thời gian		
			Lý thuyết	Thực hành	Tự học
Chương 1	Các khái niệm cơ bản của lý thuyết đồ thị	3	3	0	6
Chương 2	Biểu diễn đồ thị trên máy tính	3	3	0	6
Chương 3	Các thuật toán tìm kiếm trên đồ thị và ứng dụng	4	4	0	8
Chương 4	Đồ thị Euler và đồ thị Hamilton	4	4	0	8
	Ôn tập kiểm tra	3	3	0	6
Chương 5	Cây và cây khung của đồ thị	4	4	0	8
Chương 6	Đồ thị phẳng và tô màu đồ thị	3	3	0	6
Chương 7	Bài toán đường đi ngắn nhất	4	4	0	8
	Ôn tập cuối kỳ	2	2	0	4

4

Nhiệm vụ của sinh viên



- ❖ Tham dự học, thảo luận, kiểm tra, thi theo Quy chế học chế tin chỉ hiện hành của nhà trường.
- ❖ **Dự lớp: trên 70%**
 - *Bài tập: trên lớp và ở nhà*
 - *Dụng cụ và học liệu: máy tính*
 - *Khác: Theo yêu cầu của giảng viên*

5

Tiêu chuẩn đánh giá



- ❖ **Tiêu chuẩn đánh giá sinh viên:**
 - *Đánh giá quá trình: 50% , trong đó:*
 - + *Làm bài tập: 20%*
 - + *Thi giữa kỳ: 30%*
 - *Thi cuối học kỳ: 50%, thi tự luận trong thời gian 90 phút.*
- ❖ **Thang điểm: 10.**

6

Tài liệu học tập:



❖ Sách, giáo trình chính:

- [1] ThS. Mai Chiêm Tuấn – ThS. Nguyễn Duy Đạt, Bài giảng chi tiết môn Lý thuyết đồ thị, Cao đẳng kỹ thuật Lý Tự Trọng TP.HCM.
- [2] Vũ Thị Thái Linh, Bài giảng chi tiết môn Lý thuyết đồ thị, Cao đẳng kỹ thuật Lý Tự Trọng TP.HCM.
- [3] TS. Lê Nhật Duy, Slide Bài giảng chi tiết môn Lý thuyết đồ thị.
- [4] PGS.TS Dương Anh Đức, PGS.TS Trần Đan Thư, Lý thuyết đồ thị, NXB Khoa học tự nhiên, 2000.

7

Chương I: CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN



1

I.1 Giới thiệu

2

I.2 Định nghĩa đồ thị

3

I.3 Các loại đồ thị

4

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị

5

I.5 Đ.đi, chu trình, liên thông

6

I.6 Một số đồ thị đặc biệt

8

I.1 Giới thiệu



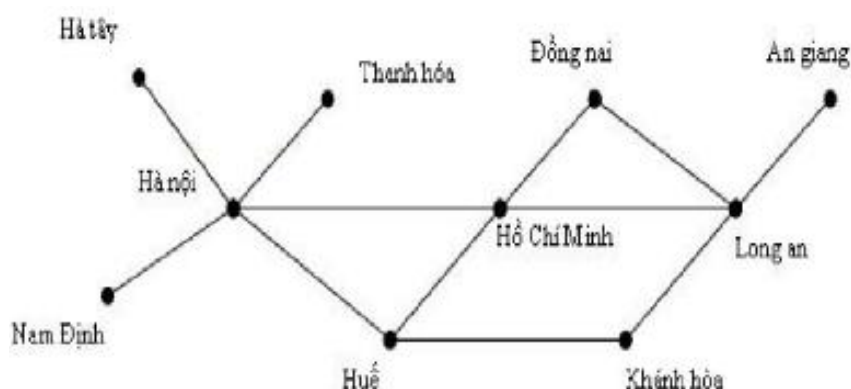
- ❖ Những ứng dụng cơ bản của đồ thị như:
 - Xác định tính liên thông trong một mạng máy tính.
 - Tìm đường đi ngắn nhất trên mạng giao thông
 - Giải các bài toán tối ưu: lập lịch, phân bổ tần số cho các trạm phát thanh, truyền hình.
 - Giải bài toán tô màu trên bản đồ: tìm số màu ít nhất để tô các quốc gia sao cho hai quốc gia kề nhau phải được tô khác màu.

9

I.2 Định nghĩa đồ thị



- ❖ Đồ thị biểu diễn các vị trí đặt máy tính bởi các điểm và các kênh thoại nối chúng bởi các đoạn nối.

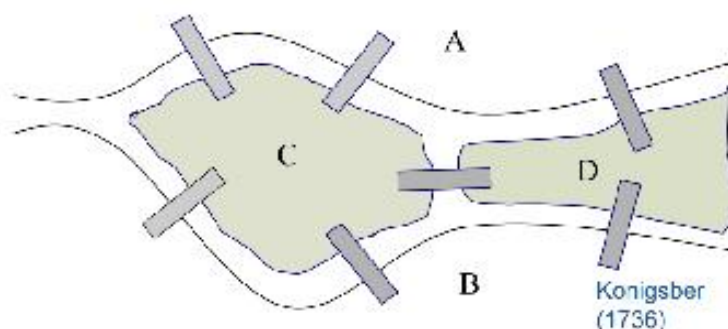


10

1. Định nghĩa đồ thị



Bài toán này bắt nguồn từ đâu?



Có thể chỉ đi một lần qua 7 chiếc cầu không?

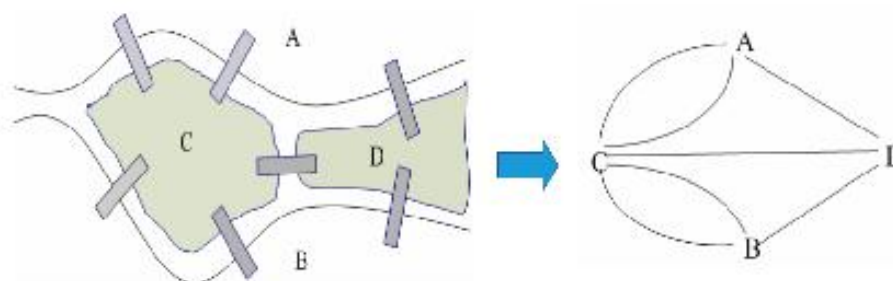
11

1. Định nghĩa đồ thị



Ta chuyển bài toán về dạng đồ thị:

- Mỗi vùng là một đỉnh.
- Mỗi cây cầu là một cạnh.



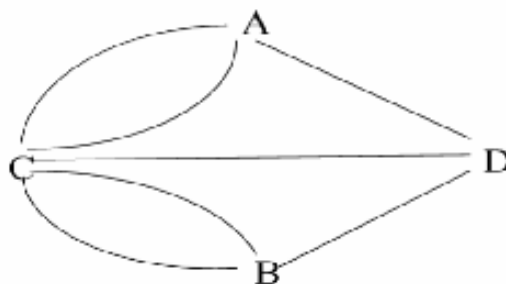
12

1. Định nghĩa đồ thị

Bài toán được phát biểu lại dưới dạng đồ thị:

Có cách nào để:

- Đi qua tất cả các cạnh trong đồ thị.
- Mỗi cạnh chỉ đi qua một lần.



13

I.2 Định nghĩa đồ thị

❖ Định nghĩa 1.1.

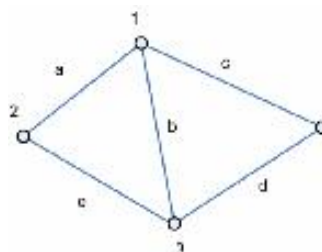
- Đồ thị G là một tập hợp gồm các đỉnh và các cạnh. Ta thường ký hiệu: $G = (V, E)$, trong đó:

- V : Là tập hợp hữu hạn gồm các đỉnh của đồ thị.
- E : Là tập các cạnh

$$G=(V,E); V=?, E=?$$

$$V=\{1, 2, 3, 4\}$$

$$E=\{a, b, c, d, e\}$$



14

I.3 Các loại đồ thị

I.3.1 Đơn đồ thị vô hướng

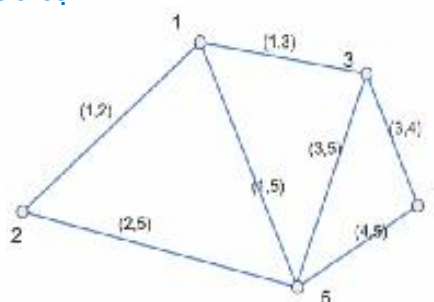
❖ **Định nghĩa 1.2.** Đồ thị $G=(V, E)$ được gọi là **đơn đồ thị vô hướng**:

- V : Là tập hợp hữu hạn gồm các đỉnh của đồ thị.
- E : là tập các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh.

$G=(V,E)$ $V=?$, $E=?$

$V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E=\{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$



15

I.3 Các loại đồ thị

I.3.2 Đa đồ thị vô hướng

❖ **Định nghĩa 1.3.** Đồ thị $G=(V, E)$ được gọi là **đa đồ thị vô hướng**:

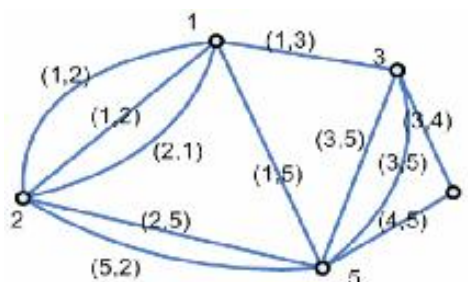
- V : Là tập hợp hữu hạn gồm các đỉnh của đồ thị.
- E : là tập các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh.

Hai cạnh e_1, e_2 gọi là **cạnh lặp** nếu chúng cùng tương ứng với một cặp đỉnh.

$G=(V,E)$; $V=?$, $E=?$

$V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E=\{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5), (1, 2), (2, 1), (5, 2), (3, 5)\}$



16

I.3 Các loại đồ thị

I.3.3 Giả đồ thị vô hướng

❖ **Định nghĩa 1.4.** Đồ thị $G=(V, E)$ được gọi là **giả đồ thị vô hướng**:

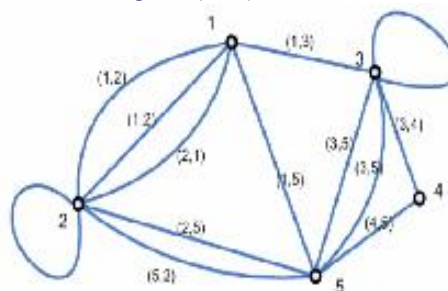
- V : Là tập hợp hữu hạn gồm các đỉnh của đồ thị.
- E : là tập các cặp **không có thứ tự** gồm hai phần tử **khác nhau** của V gọi là các **cạnh**.

Cạnh e được gọi là **khuyên** nếu nó có dạng: $e=(u, u)$.

$G=(V,E)$; $V=?$, $E=?$

$V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E=\{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5), (1, 2), (2, 1), (5, 2), (3, 5), (2, 2), (3, 3)\}$



17

I.3 Các loại đồ thị

I.3.4 Đơn đồ thị có hướng

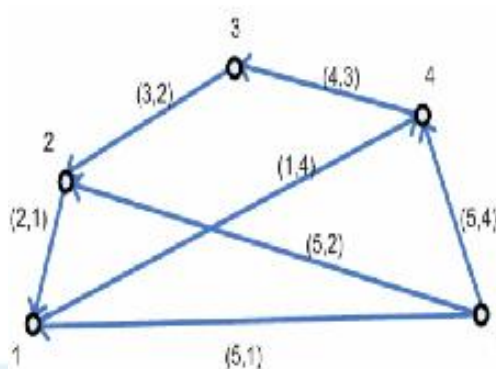
❖ **Định nghĩa 1.5.** Đồ thị $G=(V, E)$ được gọi là **đơn đồ thị có hướng**:

- V : Là tập hợp hữu hạn gồm các đỉnh của đồ thị.
- E : là tập các cặp **có thứ tự** gồm hai phần tử **khác nhau** của V gọi là các **cung**.

$G=(V,E)$; $V=?$, $E=?$

$V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E=\{(1,4), (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 4)\}$



18

I.3 Các loại đồ thị

I.3.5 Đa đồ thị có hướng

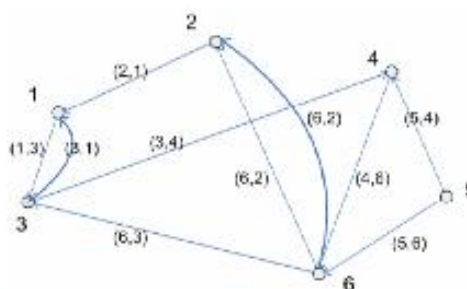
❖ **Định nghĩa 1.6.** Đồ thị $G=(V, E)$ được gọi là **đa đồ thị có hướng**:

- V : Là tập hợp hữu hạn gồm các đỉnh của đồ thị.
- E : là tập các cặp **có thứ tự** gồm hai phần tử **khác nhau** của V gọi là các cung.
- Hai cung e_1, e_2 được gọi là cung lặp nếu chúng cùng tương ứng với một cặp đỉnh.

$G=(V,E); V=?, E=?$

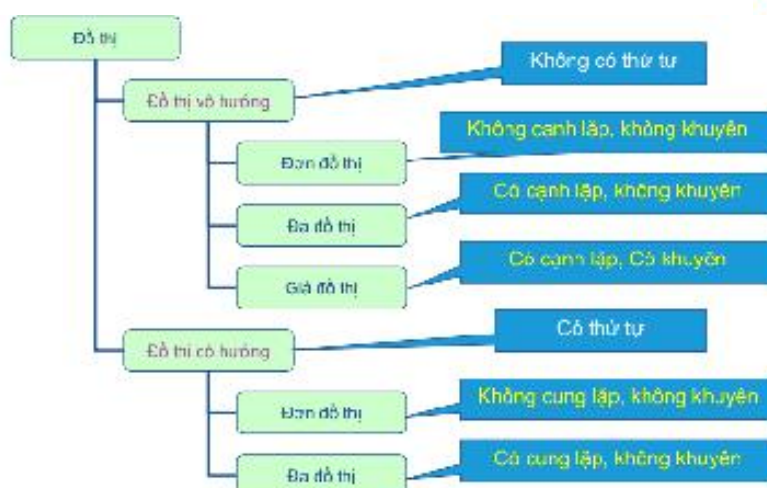
$V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E=\{(1, 3), (2, 1), (3, 1), (3, 4), (4, 6), (5, 4), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 2)\}$



19

I.3 Các loại đồ thị



20

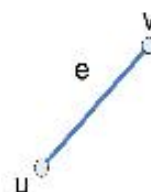
I.4 Các thuật ngữ về đồ thị



I.4.1 Kề và liên thuộc

❖ **Định nghĩa 1.7.** Giả sử u và v là hai đỉnh của đồ thị vô hướng G và $e=(u, v)$ là cạnh của đồ thị, khi đó ta nói:

- u và v kề nhau và e liên thuộc với u và v .
- u và v là các đỉnh đầu của cạnh e .



21

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị



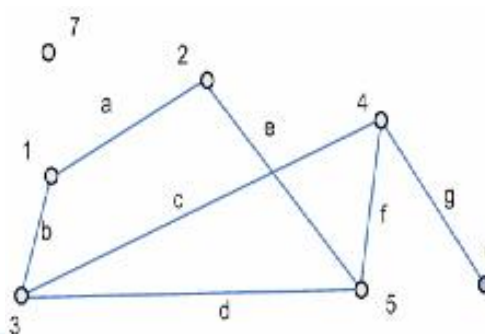
I.4.2 Bậc của đỉnh

❖ **Định nghĩa 1.8.** Bậc của đỉnh v trong đồ thị vô hướng là số cạnh liên thuộc với nó.

❖ **Ký hiệu:** $\deg(v)$.

Bậc của các đỉnh trong đồ thị

- $\deg(1)= 2, \deg(2)= 2,$
- $\deg(3)= 3, \deg(4)= 3,$
- $\deg(5)= 3, \deg(6)= 1,$
- $\deg(7)= 0.$



22

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị



I.4.2 Bậc của đỉnh

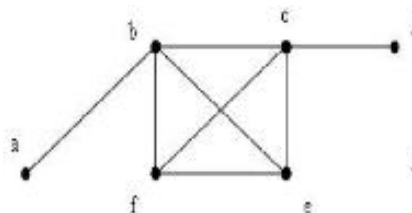
- ❖ **Đỉnh treo:** là đỉnh có bậc bằng 1. Trong đồ thị bên phải là đỉnh treo.
- ❖ **Đỉnh cô lập:** là đỉnh có bậc bằng 0. Trong đồ thị bên phải là đỉnh cô lập.

Bậc của các đỉnh trong đồ thị

- $\deg(a) = 1, \deg(b) = 4,$
- $\deg(c) = 3, \deg(d) = 1,$
- $\deg(e) = 3, \deg(f) = 3,$
- $\deg(g) = 0.$

Đỉnh treo gồm các đỉnh **a, d**.

Đỉnh cô lập là đỉnh **g**.



23

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị



I.4.2 Bậc của đỉnh

- ❖ **Định lý 1.1.** Giả sử $G=(V,E)$ là đồ thị vô hướng với m cạnh. Khi đó tổng tất cả các bậc của đỉnh trong V bằng $2m$.

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2m$$

Ví dụ 1.10: Đồ thị với n đỉnh có bậc là 6 có bao nhiêu cạnh?

Giải: Theo định lý 1.1 ta có $2m = 6n$. Từ đó suy ra tổng các cạnh của đồ thị là $3n$.

24

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị



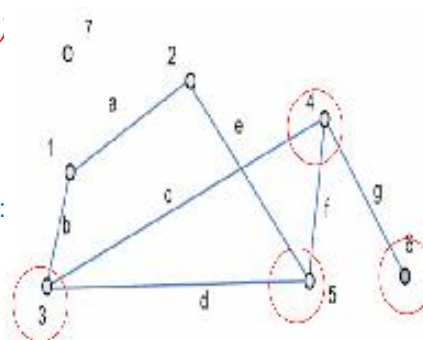
I.4.2 Bậc của đỉnh

- ❖ **Hệ quả:** Trong đồ thị vô hướng, số đỉnh bậc lẻ (nghĩa là có bậc là số lẻ) là một số chẵn.
- ❖ Ví dụ 1.12: Cho đồ thị $G=(V, E)$ trong đó $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ và $E=\{a, b, c, d, e, f, g\}$

Bậc của các đỉnh trong đồ thị $G=(V, E)$ trong ví dụ 1.12.

- $\deg(1)= 2, \deg(2)= 2, \deg(3)= 3,$
 $\deg(4)= 3, \deg(5)= 3, \deg(6)= 1,$
 $\deg(7)= 0.$

Tổng số đỉnh có bậc lẻ là 4 đỉnh gồm: $\{3, 4, 5, 6\}$.



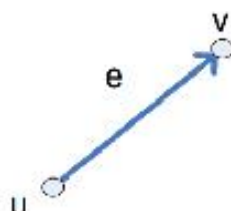
25

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị



I.4.3 Kề trong đồ thị có hướng

- ❖ **Định nghĩa 1.9.** Giả sử u và v là hai đỉnh của đồ thị có hướng G và $e=(u, v)$ là một cung của đồ thị, khi đó ta nói:
 - u và v **kề nhau**, cung e **đi ra khỏi** u và **đi vào** v .
 - u là **đỉnh đầu**, v là **đỉnh cuối** của cạnh e .



26

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị

I.4.4 Bán bậc vào và bán bậc ra của đỉnh

❖ **Định nghĩa 1.10.** Bán bậc ra (bán bậc vào) của đỉnh v trong đồ thị có hướng là số cung ra khỏi nó (đi vào nó).

❖ **Ký hiệu:** $\deg^+(v)$, $\deg^-(v)$.



27

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị

I.4.4 Bán bậc vào và bán bậc ra của đỉnh

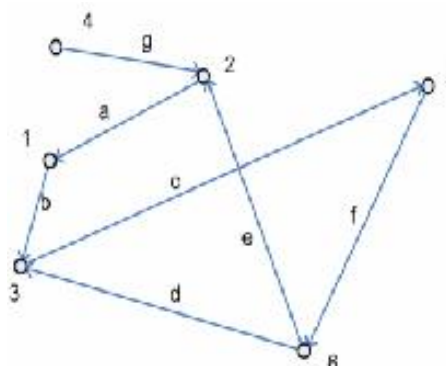
❖ **Ví dụ 1.13:** Cho đồ thị $G = (V, E)$ trong đó $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

Bán bậc ra của các đỉnh gồm:

- $\deg^+(1)=1, \deg^+(2)=1,$
- $\deg^+(3)=1, \deg^+(4)=1,$
- $\deg^+(5)=1, \deg^+(6)=2.$

Bán bậc vào của các đỉnh gồm:

- $\deg^-(1)=1, \deg^-(2)=2,$
- $\deg^-(3)=2, \deg^-(4)=0,$
- $\deg^-(5)=1, \deg^-(6)=1.$



28

I.4 Các thuật ngữ về đồ thị

I.4.4 Bán bậc vào và bán bậc ra của đỉnh

Do mỗi cung (u, v) sẽ được tính một lần trong bán bậc vào của đỉnh v và một lần trong bán bậc ra của đỉnh u nên ta có:

❖ **Định lý 1.2.** Giả sử $G=(V,E)$ là đồ thị có hướng với m cung, khi đó tổng tất cả các bán bậc ra bằng tổng tất cả các bán bậc vào và bằng m .

$$\sum_{v \in V} \deg^+(v) = \sum_{v \in V} \deg^-(v) = m$$

29

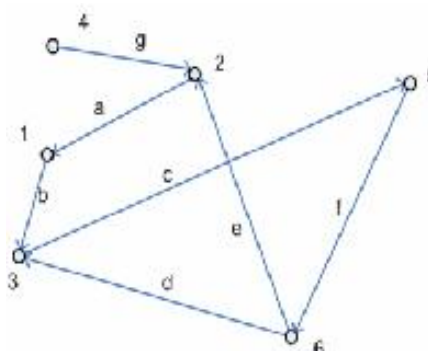
I.4 Các thuật ngữ về đồ thị

I.4.4 Bán bậc vào và bán bậc ra của đỉnh

❖ **Ví dụ 1.14:** Cho đồ thị $G=(V, E)$ trong đó $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và $E=\{a, b, c, d, e, f, g\}$

Tổng số cung của đồ thị $=7$ ($m=7$).

$$\sum_{v \in V} \deg^+(v) = \sum_{v \in V} \deg^-(v) = 7$$



30

Bài tập – Tuần 1



1. Vẽ tất cả đồ thị sau:

- Vẽ một đồ thị có 4 đỉnh với bậc các đỉnh là 3, 2, 2, 1.
- Vẽ các đồ thị mà mọi đỉnh của nó đều có bậc là lần lượt là k ($1 \leq k \leq 5$)
- Vẽ các đồ thị mà mọi đỉnh của nó đều có bậc là 3 và có số đỉnh lần lượt là: 4, 5, 6, 8.
- Vẽ một đồ thị có 15 đỉnh và mỗi đỉnh của nó đều có bậc là 5.
- 3 đỉnh và 3 cạnh.
- 4 đỉnh, 4 cạnh không có vòng, không có cạnh song song.
- Liệt kê 4 đồ thị đều (bậc của các đỉnh bằng nhau) trong hợp trên.
- Vẽ đồ thị đều, 4 đỉnh, mỗi đỉnh bậc 3, không có vòng, không có cạnh song song.
- Vẽ đồ thị đều, 5 đỉnh, mỗi đỉnh bậc 3.

31

Bài tập – Tuần 1



2. Có bao nhiêu cạnh trong đồ thị có 10 đỉnh, mỗi đỉnh có bậc bằng 6 ?

- a) 20 b) 30 c) 40 d) 50

Hướng dẫn: Vận dụng định lý 1.1.

3. Cho biết các đỉnh của đồ thị có bậc lần lượt là: 4, 3, 3, 2, 2. Số cạnh của đồ thị này là:

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

Hướng dẫn: Vận dụng định lý 1.1.

4. Cho danh sách bậc các đỉnh của các đồ thị sau, đồ thị nào không tồn tại? Hãy vẽ các đồ thị tồn tại.

- | | |
|------------------|------------------|
| a) 3, 3, 3, 3, 2 | b) 1, 2, 3, 4, 5 |
| c) 0, 1, 2, 2, 3 | d) 1, 1, 1, 1 |

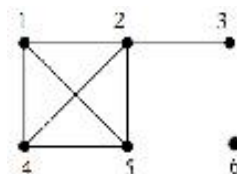
Hướng dẫn: Vận dụng hệ quả của định lý 1.1.

32

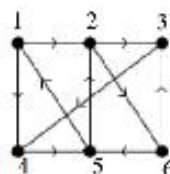
Bài tập – Tuần 1



5. Cho các đồ thị hãy xác định bậc của các đỉnh của các đồ thị sau.



A.



B.

Hướng dẫn: Vận dụng định nghĩa bậc của đỉnh trong đồ thị vô hướng và đồ thị có hướng.

33

Bài tập – Tuần 1



6. Một đồ thị có 21 cạnh có 7 đỉnh bậc 1, 3 đỉnh bậc 2, 7 đỉnh bậc 3, các đỉnh còn lại bậc 4. Đồ thị có bao nhiêu đỉnh?
7. Các đồ thị sau có bao nhiêu đỉnh nếu chúng có:
- 12 cạnh, tất cả đỉnh bậc 2.
 - 15 cạnh, 3 đỉnh bậc 4, các đỉnh còn lại bậc 3.
 - 20 cạnh, các đỉnh có cùng bậc.
 - 19 cạnh và mỗi đỉnh đều có bậc ≥ 3 .

34

I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

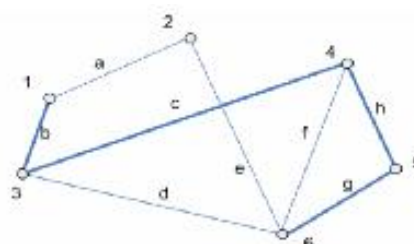
I.5.1 Đường đi và chu trình

- ❖ **Định nghĩa 1.11.** Đường đi độ dài n từ đỉnh u đến đỉnh v , trên đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ là dãy (theo đỉnh) $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$
- ❖ Trong đó: $u = x_0$, $v = x_n$, $(x_i, x_{i+1}) \in E$, $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$.
- ❖ Hay theo cạnh: $(x_0, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_{n-1}, x_n)$
- ❖ Khi đó đỉnh u gọi là **đỉnh đầu**, còn đỉnh v gọi là **đỉnh cuối** của đường đi.

Ví dụ 1.15

Theo đỉnh: (1, 3, 4, 5, 6) độ dài là 4.

Theo cạnh: (b, c, h, g) độ dài là 4.



35

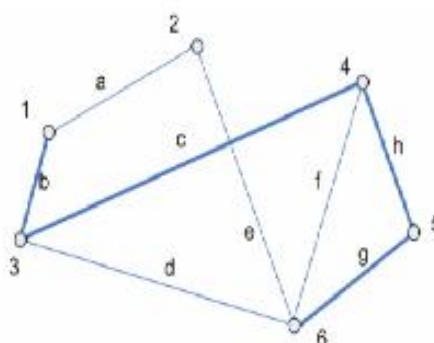
I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.1 Đường đi và chu trình

- ❖ Đường đi có **đỉnh đầu** trùng với **đỉnh cuối** (tức là $u = v$) được gọi là **chu trình**.
- ❖ Đường đi hay chu trình được gọi là **đơn** nếu như không có **cạnh** nào bị **lặp lại**.

Chu trình đơn: (1, 2, 6, 3, 1).

Chu trình không phải chu trình đơn:
(2, 6, 4, 3, 6, 2).



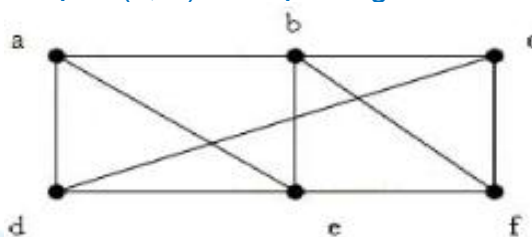
36

I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.1 Đường đi và chu trình

❖ Ví dụ 1.16: Cho đồ thị.

- Đường đi: a, d, c, f, e là đường đi đơn độ dài 4. Còn d, e, c, a không là đường đi, do (c,e) không phải là cạnh của đồ thị.
- Dãy b, c, f, e, b là chu trình độ dài 4.
- Đường đi a, b, e, d, a, b có độ dài là 5 không phải là đường đi đơn, do cạnh (a, b) có mặt trong nó 2 lần.



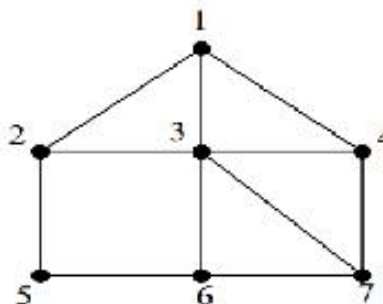
37

I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.1 Đường đi và chu trình

❖ Ví dụ 1.17: Cho đồ thị.

- Một số đường đi từ đỉnh 2 đến đỉnh 7:
 - Đường đi d_1 : 2 3 4 7 (đường đi độ dài 3).
 - Đường đi d_2 : 2 3 4 1 3 6 7 (đường đi độ dài 6).
 - Đường đi d_3 : 2 3 4 1 3 4 7 (đường đi độ dài 6).
- Một số chu trình:
 - Chu trình C_1 : 1 2 3 1.
 - Chu trình C_2 : 1 2 3 7 6 3 4 1
 - Chu trình C_3 : 1 3 4 7 3 4 1.



38

I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

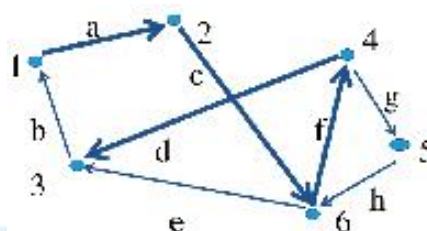
I.5.1 Đường đi và chu trình

- ❖ **Định nghĩa 1.12.** Đường đi độ dài n từ đỉnh u đến đỉnh v , trên đồ thị có hướng $G = (V, E)$ là dãy (theo đỉnh) $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$
- ❖ Trong đó: $u = x_0$, $v = x_n$, $(x_i, x_{i+1}) \in E$, $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$.
- ❖ Hay theo cung: $(x_0, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_{n-1}, x_n)$
- ❖ Khi đó đỉnh u gọi là **đỉnh đầu**, còn đỉnh v gọi là **đỉnh cuối** của đường đi.

Ví dụ 1.18

Theo đỉnh: $(1, 2, 6, 4, 3)$ độ dài là 4.

Theo cạnh: (a, c, f, d) độ dài là 4.

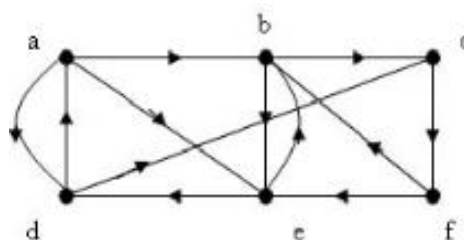


39

I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.1 Đường đi và chu trình

- ❖ **Ví dụ 1.19:** Trên đồ thị có hướng cho trong hình bên:
 - a, d, c, f, e là đường đi đơn độ dài 4.
 - Còn d, e, c, a không là đường đi, do (c, e) không phải là cạnh của đồ thị.
 - Dãy b, c, f, e, b là chu trình độ dài 4.
 - Đường đi a, b, e, d, a, b có độ dài là 5 không phải là đường đi đơn, do cạnh (a, b) có mặt trong đường đi 2 lần.



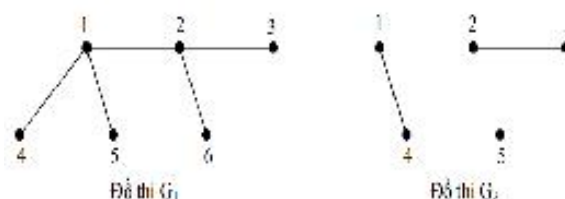
40

I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.2 Đồ thị liên thông

❖ **Định nghĩa 1.13.** Đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ được gọi là liên thông nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của nó.

❖ **Ví dụ 1.20:**



- G_1 là đồ thị liên thông.
- G_2 **không** phải là đồ thị liên thông vì giữa hai đỉnh 1 và 2 không tồn tại một đường đi nào

41

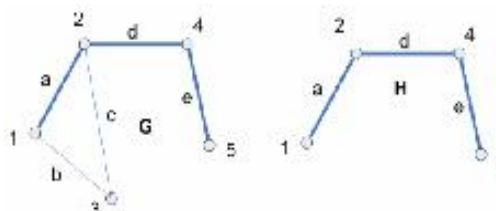
I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.2 Đồ thị liên thông

❖ **Định nghĩa 1.14.** Ta gọi **đồ thị con** của đồ thị $G = (V, E)$ là đồ thị $H = (W, F)$, trong đó $W \subseteq V$ và $F \subseteq E$.

❖ **Ví dụ 1.21:**

- ❖ $G = (V, E)$ trong đó
 - $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 - $E = \{a, b, c, d, e\}$
- ❖ Có đồ thị con $H = (W, F)$, trong đó
 - $W = \{1, 2, 4, 5\}$ và
 - $F = \{a, d, e\}$.



42

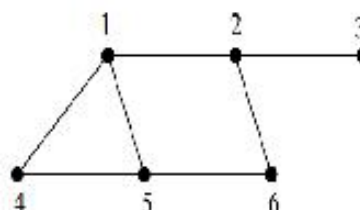
I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.2 Đồ thị liên thông

- ❖ **Định nghĩa 1.15.** Đỉnh v được gọi là **đỉnh rẽ nhánh** nếu việc loại bỏ v cùng với các cạnh liên thuộc với nó khỏi đồ thị làm tăng số thành phần liên thông của đồ thị. Cạnh e được gọi là **cầu** nếu việc loại bỏ nó khỏi đồ thị làm tăng số thành phần liên thông của đồ thị.

- ❖ **Ví dụ 1.22:**

- ❖ **Đỉnh 2** là đỉnh rẽ nhánh vì việc loại đỉnh này cùng với các cạnh $(2,3)$, $(2,1)$, $(2,6)$ sẽ làm đồ thị có 2 thành phần liên thông. **Cạnh $(2,3)$** là **cầu**. Các cạnh còn lại đều không phải là cầu.



43

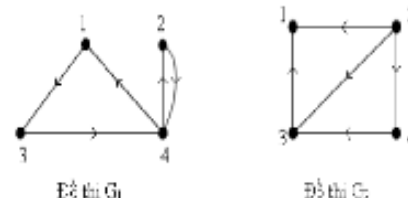
I.5 Đường đi, chu trình, liên thông

I.5.2 Đồ thị liên thông

- ❖ **Định nghĩa 1.16.** Đồ thị **có hướng** $G = (V, E)$.
- G được gọi là **liên thông mạnh** nếu luôn tìm được đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của nó.
 - G được gọi là **liên thông yếu** nếu đồ thị vô hướng tương ứng với nó là đồ thị vô hướng liên thông.

- ❖ **Ví dụ 1.23:**

- Đồ thị G_1 là đồ thị liên thông mạnh.
- Đồ thị G_2 không là đồ thị liên thông mạnh và từ đỉnh 1 đến đỉnh 2 không tồn tại đường đi nào.
- G_2 là đồ thị **liên thông yếu** vì nếu biến các cung có hướng thành các cạnh vô hướng thì nó là đồ thị liên thông.



44

I.6 Một số đồ thị đặc biệt

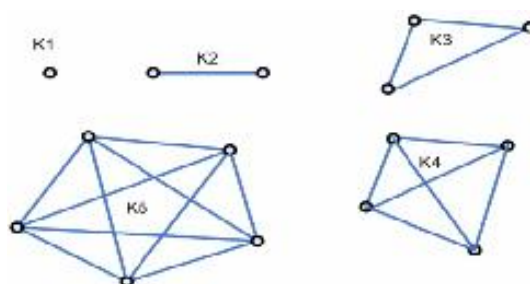


I.6.1 Đồ thị đầy đủ

❖ **Đồ thị đầy đủ:** Một đồ thị đơn vô hướng n đỉnh được gọi là đồ thị đầy đủ nếu hai đỉnh bất kỳ đều được nối với nhau bằng 1 cạnh.

❖ **Ký hiệu:** K_n .

Ví dụ 1.24:



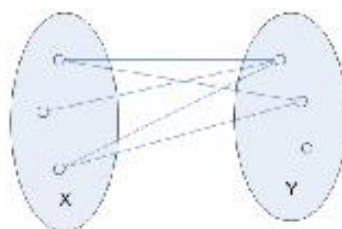
45

I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.2 Đồ thị hai phía

❖ **Đồ thị hai phía:** Đơn đồ thị $G=(V,E)$ được gọi là hai phía nếu như tập đỉnh V của nó có thể phân hoạch thành hai tập X và Y sao cho mỗi cạnh của đồ thị chỉ nối một đỉnh nào đó trong X với một đỉnh nào đó trong Y . Khi đó ta sẽ sử dụng ký hiệu $G=(X \cup Y, E)$ để chỉ đồ thị hai phía với tập đỉnh $X \cup Y$.



46

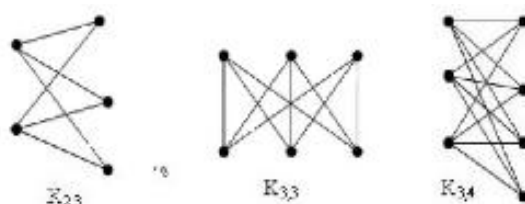
I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.2 Đồ thị hai phía

❖ **Đồ thị hai phía đầy đủ:** Đơn đồ thị $G = (X \cup Y, E)$ được gọi là đồ thị hai phía đầy đủ nếu: Mỗi đỉnh thuộc X sẽ được nối với mỗi đỉnh thuộc Y . Nếu $|X| = m$ và $|Y| = n$.

❖ **Ký hiệu là: $K_{m,n}$.**



47

I.6 Một số đồ thị đặc biệt

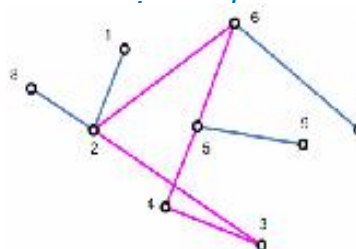


I.6.2 Đồ thị hai phía

❖ **Định lý 1.3:** Đơn đồ thị là đồ thị hai phía khi và chỉ khi nó không chứa chu trình độ dài lẻ.

❖ **Ví dụ 1.25:** Cho đồ thị như hình 1.27. Kiểm tra đồ thị sau có phải là đồ thị hai phía hay không?.

Giải: Không phải là đồ thị hai phía. Do tồn tại chu trình có độ dài là số lẻ. Chu trình: $\{2, 6, 5, 4, 3, 2\}$



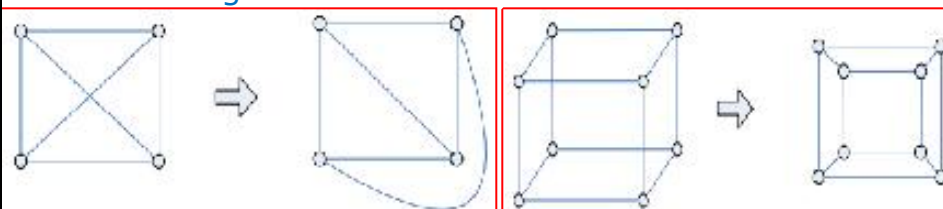
48

I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.3 Đồ thị phẳng

- ❖ **Đồ thị phẳng:** Đồ thị được gọi là đồ thị phẳng nếu ta có thể vẽ nó trên mặt phẳng sao cho các cạnh của nó không cắt nhau ngoài ở đỉnh. Cách vẽ như vậy sẽ được gọi là biểu diễn phẳng của đồ thị.
- ❖ Ví dụ đồ thị K_4 là phẳng, vì có thể vẽ nó trên mặt phẳng sao cho các cạnh của nó không cắt nhau ngoài ở đỉnh.



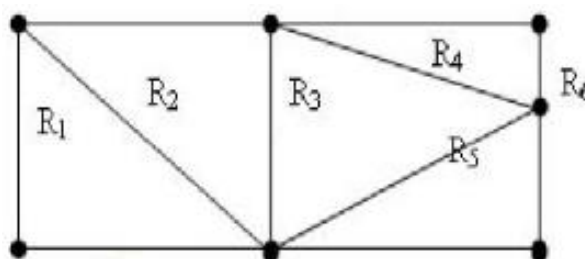
49

I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.3 Đồ thị phẳng

- ❖ *Biểu diễn phẳng của đồ thị sẽ chia mặt phẳng ra thành các miền, trong đó có thể có cả miền không bị chặn. Ví dụ, biểu diễn phẳng của đồ thị cho trong hình 1.29 chia mặt phẳng ra thành 6 miền $R_1, R_2, \dots, R_6$.*



50

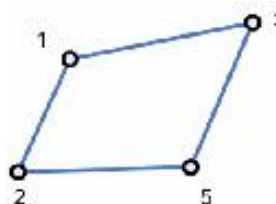
I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.3 Đồ thị phẳng

- ❖ **Định lý Euler:** Giả sử $G = (V, E)$ là đồ thị phẳng, liên thông với e cạnh và v đỉnh. Gọi f là số miền của mặt phẳng bị chia bởi biểu diễn phẳng của G . Khi đó: $f = e - v + 2$.
- ❖ **Ví dụ 1.26:** Cho đồ thị như hình. Tìm số mặt của đồ thị?

Số cạnh: $e = 4$, Số đỉnh: $v = 4$,
Số miền: $f = 4 - 4 + 2 = 2$.



51

I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.3 Đồ thị phẳng

- ❖ **Ví dụ 1.27:** Cho G là đồ thị phẳng liên thông với 20 đỉnh, mỗi đỉnh đều có bậc là 3. Hỏi mặt phẳng bị chia làm bao nhiêu phần bởi biểu diễn phẳng của đồ thị G ?
- ❖ **Giải:** Do mỗi đỉnh của đồ thị đều có bậc là 3, nên tổng bậc của các đỉnh là $3 \times 20 = 60$. Từ đó suy ra số cạnh của đồ thị $m = 60/2 = 30$. Vì vậy, theo công thức Euler, số miền cần tìm là $r = 30 - 20 + 2 = 12$.

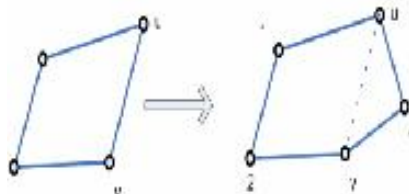
52

I.6 Một số đồ thị đặc biệt



I.6.3 Đồ thị phẳng

- ❖ **Phép chia cạnh (u, v) :** là việc ta bỏ đi cạnh (u, v) và thêm vào một đỉnh mới w cùng với hai cạnh (u, w) , (w, v) .



- ❖ **Định nghĩa đồng cấu:** Hai đồ thị được gọi là đồng cấu nếu chúng có thể thu được từ cùng một đồ thị nào đó nhờ các phép chia cạnh.
- ❖ **Định lý Kuratovski:** Điều kiện cần và đủ để một đồ thị là phẳng là đồ thị này không chứa bất kỳ một đồ thị con nào đồng cấu với $K_{3,3}$ và K_5 .

53

I.6 Một số đồ thị đặc biệt



54

Bài tập – Tuần 2



8. Hãy thực hiện

- Một đồ thị phẳng liên thông có 8 đỉnh, các đỉnh lần lượt có bậc là 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 6. Hỏi đồ thị có bao nhiêu cạnh ?
 - Một đơn đồ thị phẳng liên thông có 10 miền, tất cả các đỉnh đều có bậc 4. Tìm số đỉnh của đồ thị.
 - Xét một đồ thị liên thông có 8 đỉnh bậc 3. Hỏi biểu diễn phẳng của đồ thị này sẽ chia mặt phẳng thành mấy miền ?
 - Đơn đồ thị phẳng liên thông G có 9 đỉnh, bậc các đỉnh là 2,2,2,3,3,3,4,4,5. Tìm số cạnh và số miền của G.
9. Cho một đồ thị vô hướng có n đỉnh. Hỏi đồ thị này có thể có tối đa bao nhiêu cạnh. Trong trường hợp số cạnh là tối đa thì mỗi đỉnh sẽ có bậc là bao nhiêu ?

Cho biết số cạnh của đồ thị K_n ?

55

Bài tập – Tuần 2



10. Cho biết số cạnh của đồ thị K_8 ?

11. Vẽ đồ thị phẳng

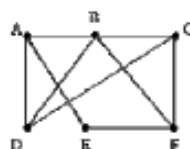
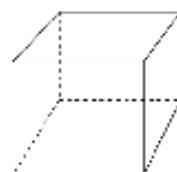
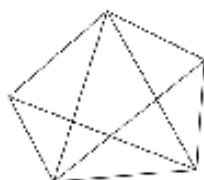
- a. Vẽ đồ thị phẳng liên thông với 6 cạnh và 3 miền.
- b. Vẽ đồ thị phẳng liên thông với 4 đỉnh và 5 miền.
- c. Vẽ đồ thị phẳng liên thông với 6 đỉnh và 7 cạnh.

56

Bài tập – Tuần 2



12. Với mỗi đồ thị sau đây hãy cho biết nó có phải là đồ thị phẳng hay không? Nếu có hãy vẽ sao cho các cạnh của đồ thị đó không cắt nhau ngoài đỉnh.



57

Thank You !

58